

ProtaStructure Tasarım Kılavuzu

PSSolver Analiz Motoru

Versiyon 2.0

13 Ağustos 2021

Prota yazılımlarına ait eğitim ve destek istekleriniz için
lütfen bizimle temasa geçiniz...

destek@prota.com.tr

www.protayazilim.com

Sorumlulukların Sınırlandırılması

Dokümantasyon, yazılım ve kullanım hatalarından kaynaklanan kayıplardan dolayı Prota sorumlu tutulamaz.

Prota Lisans Anlaşması koşullarına ek olarak;

- Dokümantasyonun ve yazılım tarafından üretilen sonuçların kontrol edilmesi,
- Yazılımı kullanan veya kullanımını yöneten kişilerin gerekli teknik vasıflara sahip olduğundan emin olunması,
- Yazılımın, kullanım kılavuzları ve dokümantasyona uygun şekilde kullanıldığından emin olunması,

kullanıcının sorumluluğundadır.

Telif Hakları

ProtaStructure, **Prota Yazılım A.Ş.**'nin tescilli markasıdır ve yazılımın tüm hakları **PROTA Yazılım A.Ş.** firmasına aittir. Tüm program dokümantasyonları, eğitim ve kullanım kılavuzları veya herhangi bir program bileşeni hiçbir nedenle kopyalanamaz ve lisans sözleşmesi kapsamı dışında kullanılamaz.

Markalar

ProtaStructure®, **ProtaDetails®**, **ProtaSteel®** ve **ProtaBIM®**, Prota Yazılım A.Ş.'nin tescilli markalarıdır. **Prota logosu** Prota Yazılım A.Ş.'nin tescilli markasıdır.

İçindekiler

İçindekiler.....	3
PSSolver: Sonlu Elemanlar Analiz Modülü.....	4
PSSolver Özellikleri	4
Global ve Lokal Koordinat Sistemleri	4
Düğüm Noktaları	4
Rijit Diyafram Sınırlamaları (Constraints).....	5
Yay Elemanları	5
Mesnetler (Kısıtlamalar) ve Reaksiyonlar.....	5
Düğüm Yükleri	6
Analiz Adımları.....	6
Deplasman ve Reaksiyon Kuvvetleri Sonuçları	6
Eleman Kütüphanesi	6
3-Boyutlu Çubuk (Çerçeve) Elemanı	6
Kabuk Elemanlar	10
Plak Elemanları	10
Membran Elemanları.....	11
DKT Elemanları.....	13
Yük Halleri.....	14
Statik Yük Hali	14
Özdeğer Analizi.....	14
Dinamik Yük Hali.....	14
Statik Eşdeğer Deprem Yük Hali	14
Denklem Sistemi Çözücüsü.....	14
Profil Optimizasyonu.....	14
Spektral Modal Analiz	14
Periyotlar ve Frekanslar.....	15
Kütle Katılım Oranları	15
Tepki-Spektrumu Analizi	15
Modal Kombinasyon.....	15
Özdeğer Problemi Çözücüsü	16
P-Delta Etkisi.....	16
Referanslar	18
Teşekkür.....	19

PSSolver: Sonlu Elemanlar Analiz Modülü

PSSolver, bir Sonlu Elemanlar 3-Boyutlu Analiz programıdır. Programın şu anki versiyonu, çubuk, kafes ve kabuk elemanlar için 3-Boyutlu Statik, Dinamik, Özdeğer, P-Delta ve İnşaat Aşamaları analizleri gerçekleştirebilmektedir.

Çubuk Elemanlar, rijit bölgeler ve herhangi bir sayıda açıklık yükünü hesaba katan (12x12) matrislerle modellenmektedir. Bunun yanısıra, eleman uç serbestlik derecelerinin serbest bırakılması özelliği de içerilmektedir.

Kabuk Elemanlar, dikdörtgen plak (plate) ve membran (membrane) formülasyonlarını kullanmaktadır ve bu elemanlara herhangi bir tipte yüzey kuvvetleri atanabilmektedir. Bunlara ek olarak, radye temel ve kat döşemesi analizleri için, DKT (Discrete Kirchhoff Theory) üçgen plak elemanları formülasyonları kullanılmaktadır.

PSSolver programı, Statik Analiz, Dinamik Analiz (Modal Spektral Yönteme göre), Doğrusal olmayan Geometrik İnstabilite Analizi (P-Delta) ve Doğrusal olmayan Artımsal İtme (Pushover) Analizlerini gerçekleştirebilmektedir.

PSSolver, Fortran programlama dilinin ve Intel matematik ve cebir kütüphanesinin güçlü ve üstün özellikleri kullanılarak yazılmıştır. Matris sisteminin çözülebilmesi amacıyla, Seyrek Gauss Eliminasyonu (Sparse Gauss Elimination) yöntemi kullanılmaktadır. Dinamik Bellek Atanması özelliği sayesinde, hız ve depolama kapasitesi oldukça geliştirilmiştir.

PSSolver Özellikleri

Sonlu Elemanlar Yöntemi, klasik analitik yöntemlerle tatminkar şekilde çözülemeyecek kadar karmaşık yapısal sistemlerin analizinde kullanılan, oldukça verimli bir sayısal prosedürdür. Sonlu Elemanlar Yöntemi'nin özünde, yapısal sistemin parçalara (sonlu elemanlara) ayrılması (discretization) yatar. Sonlu Elemanlar Yöntemi'nin gücü, esnekliğinden ve çok yönlülüğünden gelmektedir. Öyle ki, analizi yapılacak olan yapı herhangi bir geometrik şekle, yüklemeye ve mesnet durumlarına sahip olabilir. Model, değişik tiplere, şekillere ve fiziksel özelliklere sahip elemanların karışımından oluşabilir.

Global ve Lokal Koordinat Sistemleri

Global koordinat sistemi olarak, Kartezyen Sistemi (x,y,z) kullanılmaktadır. Koordinatlar, mesnet kısıtlanmaları, Serbestlik dereceleri (DOF), yüklemeler, deplasmanlar ve yaylı mesnetlerle beraber düğüm noktası reaksiyonları, global eksenlere uyarlanmaktadır.

Yapıda bulunan her elemanın kendi rijitlik matrisi, Lokal Koordinat sistemine göre oluşturulur. Elemanların geometrik, malzeme ve yükleme özellikleri, öncelikle eleman lokal eksenlerine göre hesaplanmaktadır.

Düğüm Noktaları

Düğüm Noktaları, global koordinat sistemine göre, yapının 3-Boyutlu geometrik yapısını tanımlamak için gereklidir.

Her düğüm noktasına, benzersiz bir kimlik numarası ve koordinat değeri atanır. Her düğüm noktasında altı adet deplasman bileşeni bulunur. Bunlar, global eksen takımlarına göre, üç adet ötelenme ve üç adet dönme şeklindedir. Bu deplasman bileşenleri doğrultusundaki yönler, düğüm noktasına ait Serbestlik Dereceleri (DOF) olarak bilinir.

Rijit Diyafram Sınırlamaları (Constraints)

Sınırlamalar, modelin değişik bölümlerini birbirine belli koşullarla bağlamak, simetri durumlarını modellemek amacıyla, rijit kütle davranışının yapıya zorla uygulanmasıdır.

Özellikle, Diyafram Sınırlaması, tüm sınırlanan düğüm noktalarını, düzlem-içi (membran) deformasyonlara karşı rijit olacak şekilde, aynı düzlemde birlikte hareket etmeye zorlar. Diyafram sınırlamasına tabi olan tüm düğüm noktaları, düzlem-içi özellikleri rijit olan linklerle birbirine bağlanır. Fakat düzlem-dışı davranış (plate) bundan etkilenmez.

Diyafram Sınırlaması, özellikle, kendi düzlemlerinde rijit davranışa sahip kat döşemelerinin etkisini gözönüne almak için kullanılabilir.

Yay Elemanları

Yay elemanları, zemin ile düğüm noktaları arasında, elastik bir etkileşim yaratmak amacıyla kullanılmaktadır. Sistemde yer alan herhangi bir düğüm noktasının ilgili serbestlik derecelerine, ekstenel ve/veya doğrusal yaylar atanabilir.

Yay rijitliği global koordinat sistemine göre tanımlanır ve kısıtlanmamış serbestlik derecelerine atanır. Aksi takdirde, yapıya hiçbir etkileri olmayacaktır.

Mesnetler (Kısıtlamalar) ve Reaksiyonlar

Bir düğüm noktasının serbestlik dereceleri doğrultularından birindeki deplasman değeri sıfır ise, düğüm noktasının o serbestlik derecesi kısıtlanmalıdır. Düğüm noktasındaki herhangi bir serbestlik derecesine ait deplasmanın bilinen değeri, her yük halinde değişik olabilir. Ancak, o serbestlik derecesi her yük hali için kısıtlanmıştır. Başka bir deyişle, bir yük hali çözümünde denklem bilinenleri arasında yer alan deplasman parametresi, diğer bir yük halinde denklem bilinmeyenleri (kısıtlanmamış) arasında yer alamaz.

Kısıtlamalar, ayrıca, sıfır rijitliğe sahip serbestlik derecesi olan herhangi bir düğüm noktasına da uygulanmalıdır. Kısıtlamalar her zaman, düğüm noktası lokal eksenleri doğrultusunda (U1, U2, U3, R1, R2 ve R3) uygulanır.

Mesnete karşı koyan ve kısıtlanmış serbestlik dereceleri doğrultusunda program tarafından otomatik hesaplanan kuvvet ve momentler, reaksiyon olarak adlandırılır. Reaksiyonlar, değişik yük hali çözümleri için farklı olacaktır. Reaksiyon, kısıtlanmış serbestlik derecesine bağlı bulunan tüm yay ve elemanlardan gelen veya bu noktaya uygulanan kuvvet ve momentleri içerecektir.

Mesnetlenmiş (kısıtlanmış) bir serbestlik derecesi sınırlanmamış olabilir. Mesnetlenme durumu, uygun olmayan bir serbestlik derecesine uygulandıysa, bu kısıtlama ihmal edilerek reaksiyon hesaplanmayacaktır.

Düğüm Yükleri

Düğüm Yükleri, düğümlere noktasal kuvvet ve momentlerin uygulanması amacıyla kullanılır. Değerler global koordinat sistemine göre belirtilir. Mesnetlenmiş bir düğüm noktasına etki eden düğüm yükleri, sadece ilgili yöndeki reaksiyon kuvvetlerini etkileyecek, yapının geri kalanı bundan etkilenmeyecektir.

Analiz Adımları

Statik Analiz, tipik olarak, aşağıdaki adımlardan oluşmaktadır:

1. Yapı Analiz Öncesi motoru kullanılarak parçalara (Sonlu Elemanlara) ayrılır.
2. Düğüm yükleri düğüm deplasmanlarıyla ilişkilendirilecek şekilde, her elemanın lokal rijitlik matrisleri, eleman lokal koordinat sistemine göre oluşturulur. Bu matrisler, daha sonra global koordinat sistemine dönüştürülür.
3. Global koordinat sistemine dönüştürülmüş eleman rijitlik matrisleri birleştirilerek, yapının global rijitlik matrisi oluşturulur.
4. Bilinen tüm düğüm yükleri ve momentleri bir yük vektörünün içinde birleştirilir.
5. Matris sistemindeki denklemler çözülerek düğüm noktalarındaki deplasmanlar hesaplanır.
6. Hesaplanan deplasman değerleri, eleman lokal koordinat sistemine dönüştürülerek, elemanlardaki lokal kesit etkileri bulunması için kullanılır.

Deplasman ve Reaksiyon Kuvvetleri Sonuçları

Ötelenmeler ve dönmeler, sırasıyla, (dx, dy, dz) ve (Rx, Ry, Rz) olarak adlandırılır. Kuvvet ve momentler ise (Fx, Fy, Fz) ve (Mx, My, Mz) olarak adlandırılır.

Sonuçlar, her yük hali ve yük kombinasyonu için ayrı ayrı yazdırılır. Deplasmanlar ve kuvvetler global koordinat sistemi esas alınarak raporlanmaktadır.

Eleman Kütüphanesi

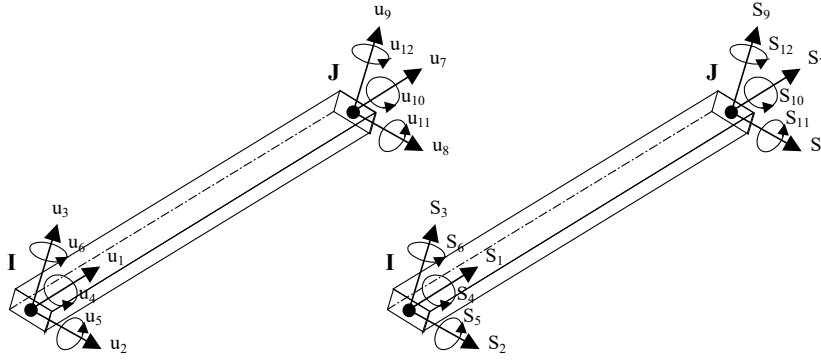
PSSolver Analiz Motoru, bina analizinin eksiksiz ve doğru gerçekleşmesi için oldukça mühendislik literatüründeki son formülasyonlara sahip modelleme tekniklerini ve SE elemanlarını kullanmaktadır. Böylece, diğer programlara aktarılan analitik model dünya çapında kullanılan mühendislik standartlarına her zaman %100 uyumlu olmaktadır.

3-Boyutlu Çubuk (Çerçeve) Elemanı

Çubuk elemanı, 3-Boyutlu kiriş-kolon formülasyonlarına dayanan, iki noktadan tanımlı, prizmatik bir elemandır.

Çubuk Elemanı 12 adet serbestlik derecesine sahiptir. Kesit düzleminde yer alan iki ana eksen doğrultusundaki kesme kuvvetleri ile beraber, bu eksenler etrafındaki momentlere karşı direnç gösterebilir. Bununla beraber, eleman boyunca yer alan eksen etrafındaki burulma momenti ve yine bu eksen doğrultusundaki eksenel kuvvetlere karşı koyabilir.

Çubuk elemanı formülasyonu, kolon-kiriş birleşim bölgelerinden dolayı, eleman uçlarında oluşacak rijit bölgeleri de hesaba katacak şekilde geliştirilmiştir. Çubuk elemana ait malzeme özellikleri (E) elastisite modülü ve (G) kayma modülüdür. Elemana ait geometrik özellikler lokal olarak tanımlanır. Bunlar, kesit alanı A_x , kayma alanları A_y , A_z , atalet momentleri I_{yy} , I_{zz} ve burulma sabiti J_r dir. Çubuk elemanlarda kullanılan lokal eksenler aşağıdaki çizimde gösterilmiştir. I_{yy} , I_{zz} ve J_r terimleri sıfır olarak tanımlanırsa, eleman, bir kafes elemanına dönüşür.



Lokal Koordinat Sisteminde Rijitlik Matrisi

Kolon-kiriş (çubuk) elemanı için oluşturulan rijitlik matrisi, 12x12 pozitif belirli simetrik bir matristir. Bu matris, eleman lokal kuvvetleriyle deformasyonları ilişkilendirmektedir. Lokal eksenler, eleman ana eksenleriyle çıkışacak şekilde tanımlanmış olduğundan, aksenal kuvvet ve burulma momenti sadece ilgili yöndeki deplasmana bağlı olacaktır. Böylelikle, matris, 2x2 ve 4x4 alt matrislerden oluşturulur.

Çubuk elemanına şu kuvvetler etki etmektedir: aksenal kuvvetler S_1 , S_7 ; kesme kuvvetleri S_2 , S_3 , S_8 ve S_9 ; eğilme momentleri S_5 , S_6 , S_{11} ve S_{12} ; ve burulma momentleri (tork) S_4 ve S_{10} . Bu kuvvetlerin yerleri ve pozitif yönleri yukarıdaki şekilde gösterilmiştir. Bu kuvvetlere ilişkin deplasmanlar u_1, \dots, u_{12} , bu kuvvetlerin pozitif yönlerinde alınmaktadır.

$$\begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ S_7 \\ S_8 \\ S_9 \\ S_{10} \\ S_{11} \\ S_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A_x E}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3 \alpha_y} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2 \alpha_y} & 0 & -K_{22} & 0 & 0 & 0 & K_{26} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3 \alpha_z} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2 \alpha_z} & 0 & 0 & 0 & -K_{33} & 0 & K_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ_r}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_y}{L\beta_z} & 0 & 0 & 0 & -K_{35} & 0 & K_{55} \delta_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L\beta_y} & 0 & -K_{26} & 0 & 0 & 0 & K_{66} \delta_y \\ 0 & s & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{22} & 0 & 0 & 0 & -K_{26} \\ 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{33} & 0 & -K_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \\ u_7 \\ u_8 \\ u_9 \\ u_{10} \\ u_{11} \\ u_{12} \end{Bmatrix}$$

$$\alpha_y = \left(\frac{1+2\Phi_y}{2+\Phi_y} \right), \quad \alpha_z = \left(\frac{1+2\Phi_z}{2+\Phi_z} \right), \quad \beta_y = \left(\frac{1+2\Phi_y}{1+0.5\Phi_y} \right), \quad \beta_z = \left(\frac{1+2\Phi_z}{1+0.5\Phi_z} \right)$$

$$\delta_y = \left(\frac{1-\Phi_y}{2+\Phi_y} \right), \quad \delta_z = \left(\frac{1-\Phi_z}{2+\Phi_z} \right), \quad \Phi_y = \frac{12(1+\nu)I_z}{L^2 A_y}, \quad \Phi_z = \frac{12(1+\nu)I_y}{L^2 A_z}$$

Çubuk Eleman Rijitlik Matrisi

Lokal-Global Koordinat Dönüşümü

Koordinat dönüşümü sayesinde, lokal koordinat sistemine göre oluşturulmuş çubuk eleman rijitlik matrisi, k , global koordinat sistemine dönüştürülmektedir.

$$[\mathbf{K}] = [\mathbf{T}]^T [\mathbf{k}] [\mathbf{T}]$$

Formülde yer alan k ve K , çubuk elemanın, sırasıyla, lokal ve global koordinat sistemlerindeki rijitlik matrisleridir. T ise, dönüşüm matrisidir ve aşağıdaki gibidir.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{T}_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{T}_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{T}_n \end{bmatrix}$$

T_n lokal koordinat sistemindeki deplasmanları global koordinat sistemiyle ilişkilendiren matrisdir.

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} r_x & r_y & r_z \\ -r_y & r_x & 0 \\ -r_x \times r_z & r_y \times r_z & dd \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{11} \\ u_{22} \\ u_{33} \end{Bmatrix}$$

r_x , r_y ve r_z , deplasman vektörünün x, y, z izdüşümleridir. dd terimi ise aynı vektörün $x-y$ düzlemindeki izdüşümüdür.

Açıklık Yüklemeleri (Çerçeve Yükleri)

Açıklık Yüklemeleri lokal koordinat sisteminde tanımlanır. Bu yüklemeler, aşağıdaki tiplere sahip olabilir:

1. Düzgün Yayılı Yükler
2. Noktasal Yükler
3. Doğrusal Değişen Fonksiyon Yükleri

Yük halleri ve Yük kombinasyonlarının sayısında hiç bir limit bulunmamaktadır. Açıklık yüklemeleri, gerekli hesaplamalar yapılarak düğüm noktalarına aktarılır. Bu sırada düğüm noktasında bulunan rijit bölge ve mafsal durumları da göz önünde bulundurulur.

Rijit Bölgeler

Tüm yapısal elemanlar sonlu ölçülerde kesit boyutlarına sahiptir. Genel olarak, düğüm noktası, elemanların merkezlerinden geçen doğruların kesişim noktası olarak tanımlanır ve kesit boyutlarına herhangi bir atıf yapılmaz. Ancak gerçekte, yapıların düğüm noktaları belirli boyutlara sahiptir ve düğüm noktasına bağlı elemanların rijitliklerinde bunun önemli bir etkisi bulunur.

“Merkez Noktasından-Merkez Noktasına” yaklaşımıyla yapılan analiz, genel olarak, deplasmanları olduğundan daha büyük bulur. Sonlu boyutlara sahip bir düğüm noktası, sonsuz rijitliğe sahip malzeme bloğu olarak düşünülebilir. Dolayısıyla, bu rijit bölge içinde herhangi bir eğilme ve kesme deformasyonu görülmeyecektir.

PSSolver, rijit bölgelerde meydana gelebilecek deformasyonları da hesaba katabilmek amacıyla, bir rijit bölge azaltma katsayısı z , kullanarak rijit bölge uzunluklarını azaltmaktadır. Eleman esnek açıklığı L^* aşağıdaki formülle hesaplanır:

$$L^* = L - (1 - z)(r_i + r_j)$$

L , elemanın toplam boyutu, r_i ve r_j ise sol ve sağ rijit bölge uzunluklarıdır.

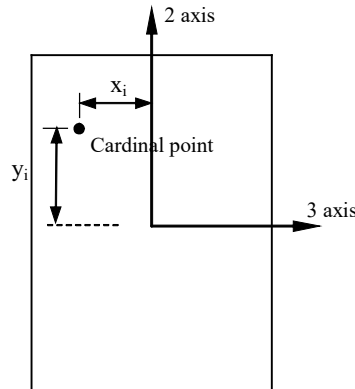
Uç Serbestlik Derecelerinin Serbest Bırakılması (Koparılması)

Normalde, eleman uçlarında bulunan üç adet ötelenme ve üç adet dönme serbestlik derecesi, düğüm noktasındakilerle ve dolayısıyla buna bağlanan diğer elemanlarınkilerle süreklilik içerisinde bulunmaktadır. Ancak, düğüm noktasına bağlanan elemanın ucundaki bir ya da birden fazla serbestlik derecesi, o yöndeki kuvvet ya da momentin değeri sıfır olacaksa, serbest bırakılabilir (koparılabilir). Serbest bırakma işlemi her zaman lokal koordinat sisteminde tanımlanır ve düğüm noktasına bağlanan diğer elemanları etkilemez.

Kesit Dışmerkezliği

Genellikle, Lokal Eksen-1, elemanın tarafsız eksenini yani kesit merkezi boyunca tanımlıdır. Kesitin herhangi bir noktası (Kiriş üstü, kolon köşe noktası gibi), eleman merkez hattı olarak tanımlanmak istenebilir. Bu nokta, kesitin Kardinal Noktası olarak adlandırılır.

Kardinal Noktası, tarafsız eksenden ölçülen x_i, y_i uzaklıklarıyla tanımlanır.



Bu özellik, kolonlara tam olarak basmayan kirişlerin modellenmesinde oldukça yararlıdır.

Çubuk Eleman İç Kuvvetleri

Tüm sonuçlar eleman lokal koordinat sistemi dikkate alınarak hesaplanır.

İç kuvvetler, her düğüm noktası için ayrı ayrı yazılır. F_x aksenal kuvvet, F_y ve F_z kesme kuvvetleri; M_y ve M_z eğilme momentleri; M_x ise ilgili düğüm noktasına bağlı elemanın burulma momentidir.

Sonuçlar, her yük hali ve yük kombinasyonu için yazılır.

Kabuk Elemanlar

Kabuk Elemanlar, üç boyutlu veya düzlemsel elemanlardaki kabuk, membran ve plak davranışını modellemek için kullanılır. Kabuk Elemanı, membran (zar) ve plak eğilmesi davranışını birleştiren üç-noktalı ya da dört-noktalı formülasyona sahiptir. Dört-Noktalı kabuk elemanı düzlemsel olmak zorunda değildir.

Her nokta, altı serbestlik derecesine sahiptir. Membran serbestlik derecelerinden gelen rijitlik, plak serbestlik derecesinden gelen rijitlikten ayrılmıştır.

PSSolver programında, perde duvarların modellenmesi için, plak elemanı membran elemanı ile birleştirilmiştir. Dikdörtgen kabuk (quadrilateral) elemanlar kullanılmaktadır.

Yüzey Yüklemesi

Herhangi bir sayıda yayılı yükleme, eleman yüzey düzlemine dik doğrultuda, yüzey basıncı olarak etki ettirilebilir. Alternatif olarak, bu yüzey yüklemesi, eleman kenarları boyunca doğrusal değişen bir fonksiyon şeklinde de olabilir.

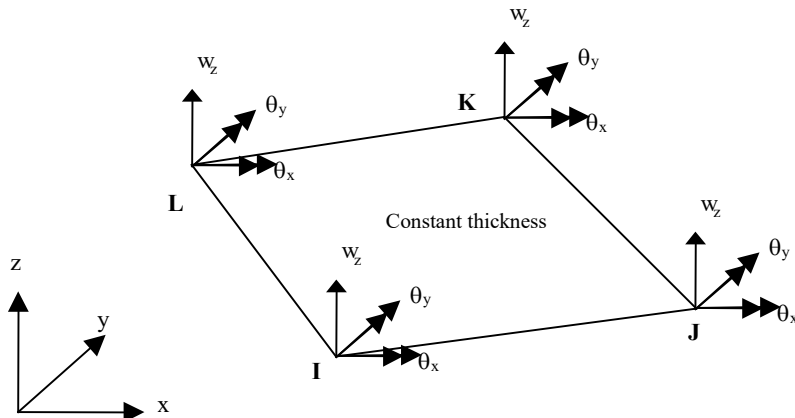
Yüzey basıncından doğacak düğüm noktası kuvvetleri, bu basıncın eleman şekil fonksiyonları yardımıyla dağıtılmasıyla elde edilir.

Kabuk Eleman Sonuçları

Eleman iç kuvvetleri, eleman lokal koordinat sisteminde hesaplanmaktadır. Stres ve iç kuvvetler, elemanın standart 2x2 Gauss İntegrasyon noktalarında değerlendirilerek, düğüm noktalarında hesaplanır. Eleman iç kuvvetleri her düğüm noktası için ayrı ayrı yazılır. Bileşke kuvvetler F_x , F_y , F_{xy} , M_x , M_y , M_{xy} , düzlem-içi birim uzunluğu için verilir. Eleman düğümlerindeki bu noktasal kuvvet ve momentler, yapının geri kalanının kabuk elemanı üzerindeki etkisini temsil etmektedir. Eleman düğüm kuvvetleri, eleman düğüm noktası deplasmanları ve rijitlik matrisinin çarpımından elde edilerek, global koordinat sisteminde F_x , F_y , F_z , M_x , M_y ve M_z olarak hesaplanır. Sonuçlar her yük hali ve yük kombinasyonu için ayrı ayrı yazılmaktadır.

Plak Elemanları

Plak eğilme davranışı, iki yönde, düzlem-dışı plak dönme rijitliği bileşenleriyle birlikte, plak düzlemine dik doğrultuda ötelenme rijitliği bileşenlerinden oluşmaktadır. Plak elemanlarının modellenmesinde, kayma deformasyonlarını ihmal eden, ince-plak (Kirchhoff) formülasyonu kullanılmaktadır. Dikdörtgen plak elemanının formülasyonuna ait detaylar aşağıdaki gibidir.



Kirchhof Plak elemanının formülasyonu ile birlikte, dönme alanlarının enterpolasyonu için, Ibrahimbegovic(1)'e dayanan bir yöntem kullanılmaktadır.

$$\theta = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) \theta_i + \sum_{i=1}^4 N_{i+4}(\xi, \eta) \left[\frac{3}{2l_{JK}} n_{JK} (w_K - w_J) - \frac{3}{4} n_{JK} n_{JK}^t (\theta_K + \theta_J) \right]$$

N_i terimleri doğrusal dikdörtgen elemanlar için şekil fonksiyonlarını ifade etmektedir. ξ ve η ise eleman lokal koordinatlarıdır. n_i , eleman düzleminden dışarıyı gösteren normal vektör olup, l_i eleman uzunluğudur.

Birbirine dik olan deplasmanlar aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$w = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) w_i + \sum_{i=1}^4 N_{i+4}(\xi, \eta) \frac{l_{JK}}{8} (\theta_J - \theta_K) n_{JK}^t + \sum_{L=5}^8 M_L(\xi, \eta) \left[\frac{1}{4} (w_K - w_J) - \frac{l_{JK}}{8} n_{JK}^t (\theta_K + \theta_J) \right]$$

Son terimde yer alan M_L hiyerarşik kübik şekil fonksiyonlarını ifade etmektedir. Yukarıdaki enterpolasyonlar, Kirchhof plak elemanı için kütle matrisi ve yükleme hesaplanırken kullanılabilir.

Moment-Eğrilik İlişkileri ve Eleman Rijitliği

x ve y, ortotropik bir malzemenin ana yönleri olmak üzere, eğilme momentleri, stres büyüklüklerinin eleman kalınlığı boyunca entegrasyonu sonucunda elde edilebilir.

$$\{M\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_{xx} \\ w_{yy} \\ 2w_{xy} \end{Bmatrix} = [D_k] \{k\}$$

w ötelenme deplasmanıdır.

Plak elemanının rijitlik matrisi aşağıdaki ifadeye dayanır.

$$[K] = \int_A [B]^T [D_k] [B] dA$$

$[D_k]$ moment-eğrilik ilişkisi matrisi, $[B]$ ise eğrilik-deplasman dönüşüm matrisidir.

Membran Elemanları

Membran elemanları, kabuk elemanların düzlemlerinde bulunan ötelenme hareketini içermektedir.

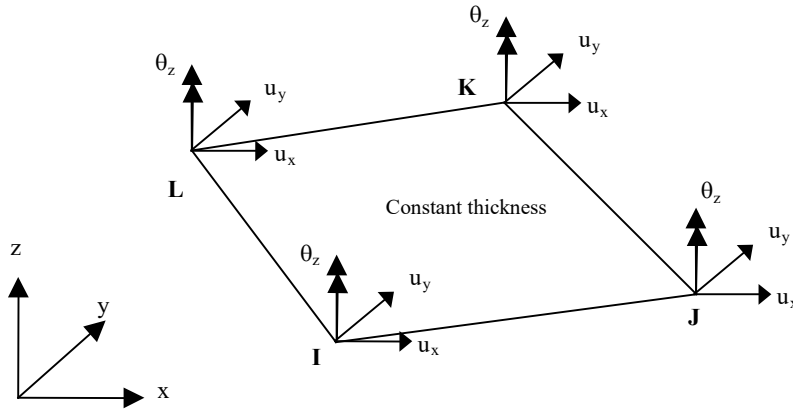
Her membran elemanı, dört adet noktayla tanımlanmış, dikdörtgen yüze sahiptir. Her noktada ise üç serbestlik derecesi bulunur: iki adet düzlem-içi yerdeğiştirme ile dik doğrultudaki eksen etrafında, dönme (drilling) serbestlik derecesi olarak da bilinen dönme serbestlik derecesi.

PSSolver'da kullanılan membran eleman formülasyonları, Allmann tipi enterpolasyon ile varvasiyonal prensibini birleştiren Ibrahimbegovic *et al.*² formülasyonuna dayanmaktadır. Kabuk elemanının membran kısmıyla ilgili teoriye ait özet aşağıda verilmiştir.

Allman tipi enterpolasyon, dik (normal) deplasmanların ikinci derece, teğetsel deplasmanların ise doğrusal olduğunu varsayar. Örneğin; I'dan J'ye tanımlı olan kenar boyunca (aşağıdaki resimde), kenar ortasındaki deplasman:

$$u_m = \frac{1}{2}(u_I + u_J) + \frac{1}{8}L_I(\theta_J - \theta_I)n$$

u_I ve u_J , I ve J noktalarındaki deplasmanları temsil etmektedir. L kenar uzunluğu olmak üzere; θ_I ve θ_J , I ve J noktalarındaki dönme (drilling) deplasmanlarıdır. n I-J kenarına x-y düzleminin normali olacak şekilde dik olan vektördür. u_m ise kenarın orta noktasındaki enterpole edilmiş deplasman vektörüdür.



Hughes ve Brezzi tarafından geliştirilen varyasyonel formülasyonu takip ederek, deplasman aşağıdaki gibi enterpole edilir:

$$u(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta)u_i + \sum_{i=1}^4 N_{i+4}(\xi, \eta) \frac{L_i}{8} (\theta_{i+1} - \theta_i)n_i + N_0(\xi, \eta)u_0$$

N_i terimleri doğrusal ve ikinci dereceden dikdörtgen elemanlara ait şekil fonksiyonlarını temsil etmektedir. N_0 ise baloncuk fonksiyonu ya da yardımcı birim uzama fonksiyonudur. u_0 bu baloncuk fonksiyona denk gelen deplasmanları ifade eder. n_i eleman sınırına dik (eleman düzlemine normal) vektör, ve L_i bu vektörün uzunluğudur.

Şekil fonksiyonları ve varyasyonel prensibi ile birlikte, Sonlu Elemanlar Yöntemi, eleman kuvvet ve rijitliklerinin belirlenmesinde kullanılabilir.

Formülasyonlar, dönme (drilling) serbestlik derecesine doğru bir rijitlik atar. Böylece, bu serbestlik derecesi de gerçekten yük taşıyan bir serbestlik derecesi haline gelir.

Rijitlik matrisi Gauss Quadrature entegrasyon yöntemi ile oluşturulur. Statik yoğunlaştırma kullanılarak baloncuk fonksiyonundan kaynaklanan birim uzama-deplasmanları eleman temelinde elenir.

Eleman Kuvvetleri ve Rijitlikleri

x ve y, ortotropik bir malzemenin ana yönleri olmak üzere, kuvvetler, streslerin kalınlık boyunca entegrasyonu sonucunda elde edilir.

$$\{\mathbf{F}\} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_{xy} \end{Bmatrix} = [B] \frac{EA t}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [B][C]\{\varepsilon\}At$$

B , membran elemandaki birim uzama ve gerilmeleri ilişkilendiren matristir. Membran elemanın rijitlik matrisi aşağıdaki gibi hesaplanır:

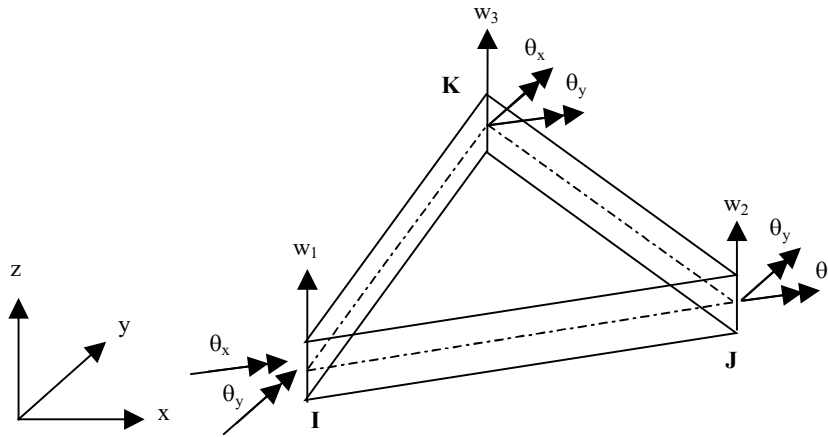
$$[K] = \int_V [B]^T [C][B] dV$$

DKT Elemanları

Üçgensel ayrı Kirchhoff Elemanı (Triangular Discrete Kirchhoff Element), ince plakların analizi için kullanılabilir en iyi modellerden biridir. ProtaStructure, binadan bağımsız düşey yükler altında oluşturulan döşeme ve radye temel modellemesinde DKT plak elemanlarını kullanmaktadır.

DKT elemanlarının formülasyonları, plak eğilmesi için kullanılan Kirchhoff Teorisine dayanır. Plak elemanındaki enine kesme enerjisi ihmal edilir. Kirchhoff Teorisi eleman kenarları boyunca ayrı ayrı (discrete) uygulanarak dönmeler, enine deplasmanlara ilişkilendirilir. Bu yaklaşım sayesinde, 9 serbestlik dereceli üçgen eğilme elemanları, klasik ince plak çözümüne yakınsayacak şekilde formüle edilir.

Plak eğilme davranışı, iki adet düzlem-dışı plak dönme rijitliğiyle beraber, düzleme normal doğrultuda ötelenme rijitliği içermektedir. Plak eğilme davranışı kayma deformasyonlarını içermez.



Moment-Eğrilik İlişkileri ve Eleman Rijitliği

Formülasyonlar, plak elemanında kullanılanlarla aynıdır. Tek fark, eleman bu kez, üçgen şeklindedir ve serbestlik derecesi 9 tanedir. DKT elemanın rijitlik matrisi, açık, analitik bir şekilde kullanılır. Böylece, sonuçların kesinliği gelişir ve hesaplama zamanında gözle görülür bir azalma sağlanır.

DKT Plak Eleman Sonuçları

Eleman iç kuvvetleri, eleman lokal koordinat sisteminde hesaplanmaktadır. Sonuçların kolay işlenebilmesi için global koordinat sistemine dönüştürülmektedir.

Eleman iç kuvvetleri her düğüm noktası için ayrı ayrı yazılır. Bütün bileşeler birim uzunluk için verilir. M_x , M_y eğilme momentleri, M_{xy} ise burulma momentidir. Eleman düğümlerindeki bu noktasal kuvvet ve momentler, yapının geri kalanının kabuk elemanı üzerindeki etkisini temsil etmektedir. Eleman düğüm kuvvetleri, eleman düğüm noktası deplasmanları ve rijitlik matrisinin çarpımından elde edilir.

Eleman düğüm noktası kuvvetleri global koordinat sisteminde hesaplanır ve her düğüm noktası için ayrı ayrı yazılır. Fz enine kesme kuvveti, M_x ve M_y ise eğilme momentleridir. Sonuçlar her yük hali ve yük kombinasyonu için yazılmaktadır.

Yük Halleri

Bir Yük Hali, yapının üzerine, herhangi bir uzaysal şekilde etkiyen kuvvetler topluluğudur. Bu kuvvetler, statik, eşdeğer statik ya da dinamik özellikte olabilirler.

Statik Yük Hali

Kuvvetler, düğüm noktalarına noktasal olarak, çerçeve açıklıklarına ya da yüzey elemanlarına yayılı olarak uygulanabilir.

Özdeğer Analizi

Sistemin frekans değerleri ve mod şekillerinin elde edilmesi için kullanılır. Dinamik Analiz ve Eşdeğer Statik Deprem Yükü hesapları için gereklidir.

Dinamik Yük Hali

Uluslararası yönetmelikler (ASCE07, Eurocode 8, UBC97, NSCP vb.) ve Türkiye Bina Deprem Yönetmeliğinde belirtilen Mod Süperpozisyonu yöntemine göre hesaplanan yükleri kapsar.

Statik Eşdeğer Deprem Yük Hali

Uluslararası yönetmelikler (ASCE07, Eurocode 8, UBC97, NSCP vb.) ve Türkiye Bina Deprem Yönetmeliğinde Eşdeğer Statik Deprem Yükleme olarak adlandırılır. Yapının hakim periyodu belirlendikten sonra, lokal zemin türüne bağlı olan ilgili tasarım spektrumu kullanılarak tasarım ivmesi elde edilir. Yapıya etki eden taban kesme kuvveti bundan sonra elde edilmektedir. Eşdeğer yatay yükler ise hesaplanan bu taban kesme kuvvetinin katlara dağıtılması ile elde edilir.

Denklem Sistemi Çözücüsü

Denklem sisteminin çözümü oldukça fazla bir analiz zamanını kapsayabilir. PSSolver programı oldukça verimli bir çözüm prosedürü izlemektedir.

Program, rijitlik matrisinin simetrik ve bant özelliğini dikkate alır. Şu anki versiyonda Seyrek Gauss Eliminasyonu yöntemi kullanılmaktadır. Matrisin bant genişliğinin azaltılması, dolayısıyla depolama ve bellek gereksiniminin en aza indirilebilmesi amacıyla etkin bir profil optimizasyonu devreye sokulmaktadır.

Profil Optimizasyonu

Global rijitlik matrisinin bant genişliğini azaltmak için, özel bir yeniden numaralandırma sistemi geliştirilmiştir. Bu sistem sadece bant genişliğini azaltmada etkin olmakla kalmayıp, çözüm zamanını da önemli ölçüde azaltmaktadır.

Spektral Modal Analiz

Modal Analiz, yapının doğal titreşim periyodlarının bulunması amacıyla kullanılır. Bu modlar, spektral analizde kullanılan mod süperpozisyonunun temelini teşkil eder. Modal Analiz, bir özdeğer analizi

vasıtasıyla gerçekleştirilir. Bunun sonucunda, yapının sönümsüz serbest titreşim mod şekilleri ve frekansları tespit edilir. Modal Analiz her zaman doğrusaldır.

Özdeğer analizi aşağıdaki genel özdeğer problemi denkleminin çözümünü içermektedir:

$$[K - \Omega^2 M]\Phi = 0$$

Burada, K rijitlik matrisi, M ise diyagonal kütle matrisidir. Ω^2 , diyagonal özdeğer matrisi olup, Φ ise ilgili özdeğer vektörlerinin (mod şekilleri) bulunduğu matristir.

Her bir Özdeğer ve Özdeğer Vektörü çifti, yapının Doğal Titreşim Modu olarak adlandırılır. Modlar, programın bulduğu sırayla, 1'den n'e kadar numaralarla adlandırılır. Kullanıcı tarafından belirtilen maksimum mod sayısından daha fazla sayıda mod hesaplanmaz.

Periyotlar ve Frekanslar

Aşağıdaki zamansal özellikler her bir mod için yazılır:

- Periyot, T, zaman biriminde (Genelde saniye)
- Çevrimsel frekans, f , çevrim/zaman biriminde.

Kütle Katılım Oranları

Herhangi bir mod için hesaplanan Kütle Katılım Oranı, o modun, üç global ekseninde hesaplanan ivme atalet kuvvetlerinin hesabında, ne derecede önem taşıdığını belirler. Gerçekte de, kümülatif kütle katılım oranı, ele alınan mevcut modların (mevcut analiz modelinin) yapının toplam tepkisine ne derece katkıda bulunduğunu belirler.

Tepki-Spektrumu Analizi

Yapının, zemin hareketine tepkisiyle ilişkili dinamik denge denklemleri aşağıdaki gibidir:

$$[m]\{\ddot{u}(t)\} + [c]\{\dot{u}(t)\} + [k]\{u(t)\} = -[m]\{T_x\}\ddot{u}_{gx}(t)$$

Burada, k rijitlik matrisi; c oransal sönüm matrisi; m diyagonal kütle matrisi; u , \dot{u} ve \ddot{u} ise yapının zemine göre göreceli deplasman, hız ve ivme değerleridir. T_x etki vektörü; ve \ddot{u}_{gx} düzgün zemin ivmesinin x-bileşenidir.

Tepki-Spektrumu Analizi, ivme-zaman tabanlı bir analiz yürütmektense, yukarıdaki denkleme göre oluşabilecek maksimum tepkileri arar. Zemin ivmeleri, spektral ivme tepkisi'ne karşı Yapı Periyodu eksenlerine oturtulmuş, tepki-spektrumu eğrisi şeklinde verilir.

Tepki-Spektrumu Analizi Mod Süperpozisyonu gerçekleştirilerek yapılır. Modlar, özdeğer vektör analizi kullanılarak hesaplanır. Modal Sönüm Oranı, her mod için sabit alınır. Kaza sonucu oluşabilecek dışmerkezlikler de hesaba katılabilmektedir. (Türk Deprem Yönetmeliğinde zorunlu)

Modal Kombinasyon

Verilen bir ivme değeri için, en büyük deplasmanlar, kuvvetler ve stresler, tüm yapı için, her titreşim modunda hesaplanır. Belirli bir tepki değeri için hesaplanan bu modal değerler, tek ve pozitif bir sonuç üretmek amacıyla, CQC veya SRSS yöntemlerinden biri ile birleştirilir.

Özdeğer Problemi Çözücüsü

Alt-uzaysal iterasyon (subspace iteration) yöntemi, sonlu eleman denklemlerinin özdeğerlerini ve özdeğer vektörlerini hesaplamada yaygın olarak kullanılan etkin bir mühendislik pratiğidir. Bu teknik, özellikle, çok büyük sonlu elemanlar sistemlerinde, sadece bazı özdeğerlerin ve ilgili özdeğer vektörlerinin hesaplanmasında, oldukça etkilidir.

Alt-Uzaysal İterasyon yöntemi aşağıda belirtilen üç adımdan oluşur:

1. $q > p$ olmak üzere, sayısı q olan başlangıç vektörleri oluşturulur. p istenen sayıdaki özdeğerler ve özdeğer vektörleridir.
2. q vektörleri üzerinde eşzamanlı ters iterasyon kullanılır. Ritz analizi kullanılarak q iterasyon vektörleri arasından "en iyi" özdeğerler ve özdeğer vektörleri yaklaşımları bulunur.
3. İterasyonun yakınsamasını takiben, Sturm sırası kullanılarak, gereken özdeğerlerin ve özdeğer vektörlerinin hesaplandığı kontrol edilir.

P-Delta Etkisi

Yapının üzerindeki stresler (kuvvet ve momentler) büyükse, deformasyonlar küçük olsa bile, deforme olmuş ve olmamış yapı için yazılan denge denklemleri çok farklı olabilir. Bu tür bir doğrusal olmayan davranış, P-Delta etkisi olarak bilinir.

Büyük aksenal basınç altındaki bir elemanın yanal rijitliğindeki bir azalma, çok küçük bir yanal yük uygulansa bile kolayca burkulmaya yol açabilir. Bu genel davranış, yapının geometrik rijitlik matrisindeki bir değişimden kaynaklanır.

Geometrik rijitlik matrisinin (k_g) oluşturulması sırasında da görüleceği gibi, matris değerleri, yapının mekanik özelliklerine bağlı değildir. Bu değerler sadece, eleman uzunlukları ve kuvvetlerinin bir fonksiyonu şeklindedir. Öte yandan, yapının bilinen rijitlik matrisi (k_e) mekanik özellikleri dikkate almaktadır.

Geometrik rijitlik matrisi (k_g) tüm yapılarda bulunmaktadır; ancak, sadece mekanik rijitlik matrisine (k_e) oranla büyük değerlere ulaştığında önemli duruma geçer. Dahası, (k_g), yapının analizinde ikinci derece etkilerin gözönüne alınması için kullanılan genel yöntemdir. Bu ikinci-derece davranış, P-Delta etkisi olarak adlandırılmıştır.

Yapısal sistemin analizinde P-Delta etkileri, aksenal basınç kuvvetleri altında, dönme deplasmanlarını artıracak ve yapının stabilitesini bozacak, çekme kuvvetleri altında ise dönme deplasmanlarını azaltacak ve yapıyı rijitleştirecek şekilde etkiyecektir.

P-Delta etkisinin hesabında yapılan varsayımlardan biri de, deplasmanların, eleman üzerindeki kuvveti değiştirmeyecek kadar küçük olduğu yönündedir.

Doğrusal sistemlerde, P-Delta etkisini ifade eden denklem sistemi aşağıdaki gibidir:

$$[K_E + K_g] \{d\Delta\} = \{dP\}$$

Eksenal, Kesme ve Burulma etkilerini içeren, 3-B boyutlu bileşke geometrik rijitlik matrisi (k_g) aşağıdaki gibidir.

$$k_g = \frac{P_i}{L}$$

u_i	v_i	w_i	θ_{xi}	θ_{yi}	θ_{zi}	u_{i+1}	v_{i+1}	w_i	θ_{xi}	θ_{yi+1}	θ_{zi+1}
1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
	$\frac{6}{5}$	0	0	0	$\frac{L}{10}$	0	$-\frac{6}{5}$	0	0	0	$\frac{L}{10}$
		$\frac{6}{5}$	0	$-\frac{L}{10}$	0	0	0	$-\frac{6}{5}$	0	$-\frac{L}{10}$	0
			$\frac{I_p}{A}$	0	0	0	0	0	$-\frac{I_p}{A}$	0	0
				$\frac{2L^2}{15}$	0	0	0	$\frac{L}{10}$	0	$-\frac{L^2}{30}$	0
					$\frac{2L^2}{15}$	0	$-\frac{L}{10}$	0	0	0	$-\frac{L^2}{30}$
						1	0	0	0	0	0
							$\frac{6}{5}$	0	0	0	$-\frac{L}{10}$
			Sym					$\frac{6}{5}$	0	$\frac{L}{10}$	0
									$\frac{I_p}{A}$	0	0
										$\frac{2L^2}{15}$	0
											$\frac{2L^2}{15}$

Referanslar

1. Plak formulasyonu: Edward L. Wilson, 2000, Three Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures, A Physical Approach With Emphasis on Earthquake Engineering, Computers and Structures, Inc.
2. Plak formulasyonu: A. Ibrahimbegovic, "Quadrilateral finite elements for analysis of thick and thin plates", Comp. Met. in App. Mech. and Eng., 110 (1993) 195-209.
3. Membran formulasyonu: Edward L. Wilson, 2000, Three Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures, A Physical Approach With Emphasis on Earthquake Engineering, Computers and Structures, Inc.
4. Membran formulasyonu: A. Ibrahimbegovic, R. Taylor, E. L. Wilson, "A robust quadrilateral membrane finite element with drilling degrees of freedom", Int J. for Num. Met. in Eng., 30 (1990) 445-457.
5. Doğrusal Olmayan Link Elemanları: Edward L. Wilson, 2000, Three Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures, A Physical Approach With Emphasis on Earthquake Engineering, Computers and Structures, Inc.
6. Doğrusal Olmayan Statik Analiz: M.Nuray Aydinoglu, 2005, A code approach for deformation-based seismic performance assessment of reinforced concrete buildings, International Workshop on "Seismic Performance Assessment and Rehabilitation of Existing Buildings", an event to honour the memory of Prof. Jean Donea, edited by M.Fardis and P.Negro, Joint Research Centre (JRC), ELSA Laboratory, Ispra, Italy, 4-5 April 2005.

Teşekkür...

ProtaStructure Suite ürün ailesini tercih ettiğiniz için teşekkür ederiz.

Ürünlerimizle olan tecrübenizi kusursuz hale getirmek birinci önceliğimizdir. Bu nedenle teknik soru, öneri, yorum ve eleştirilerinizi destek@prota.com.tr adresine gönderebilirsiniz.

Alanlarında uzman tecrübeli destek mühendislerimiz, sorularınızı yanıtlamaktan ve ürünlerimizin özelliklerini detaylı olarak sizlere anlatmaktan mutluluk duyacaktır.

